

8–9 КЛАСИ

1. Медіани  $AM$  і  $BE$  трикутника  $ABC$  перетинаються в точці  $O$ . Точки  $O$ ,  $M$ ,  $E$ ,  $C$  лежать на одному колі. Знайдіть  $AB$ , якщо  $BE = AM = 3$ .

2. Дано дугу кола, центр якого — недоступна точка,  $A$  — точка на цій дузі. Як з допомогою циркуля та лінійки побудувати дотичну до заданої дуги кола в точці  $A$ ?

3. Дві сторони трикутника дорівнюють 10 і 15. Доведіть, що довжина бісектриси кута між ними менше 12.

4. В рівнобічній трапеції одна з основ втричі більша за іншу. Кут при більшій основі дорівнює  $45^\circ$ . Покажіть, як розрізати цю трапецію на три частини і скласти з них квадрат.

5. Чотири точки кола розташовані в такому порядку:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Продовження хорди  $AB$  за точку  $B$  і хорди  $CD$  за точку  $C$  перетинаються в точці  $E$ , причому  $\angle AED = 60^\circ$ . Величина кута  $ABD$  втричі більша за величину кута  $BAC$ . Доведіть, що  $AD$  — діаметр кола.

6. Дано трапецію  $ABCD$  з основами  $BC$  і  $AD$ , причому  $AD = 2BC$ . Нехай  $M$  — середина  $AD$ ,  $E$  — точка перетину бічних сторін  $AB$  і  $CD$ ,  $O$  — точка перетину  $BM$  і  $AC$ ,  $N$  — точка перетину  $EO$  і  $BC$ . У якому відношенні точка  $N$  ділить відрізок  $BC$ ?

28 січня 2017 р.

10–11 КЛАСИ

1. Дано коло  $\omega$  і точка  $D$  зовні цього кола. Знайдіть такі точки  $A$ ,  $B$  і  $C$  на колі  $\omega$ , щоб чотирикутник  $ABCD$  був опуклим і мав максимально можливу площу.

2. В тетраедрі  $DABC$   $AB = BC$ ,  $\angle DBC = \angle DBA$ . Доведіть, що  $AC \perp DB$ .

3. В колі проведено хорди  $AB$  і  $BC$ , причому  $AB = \sqrt{3}$ ,  $BC = 3\sqrt{3}$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ . Знайдіть довжину тієї хорди кола, яка ділить кут  $ABC$  навпіл

4. Медіана  $AM$  і бісектриса  $CD$  прямокутного трикутника  $ABC$  ( $\angle B = 90^\circ$ ) перетинаються в точці  $O$ . Знайдіть площу трикутника  $ABC$ , якщо  $CO = 9$ ,  $OD = 5$ .

5. Знайдіть площу перерізу одиничного куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  площиною, яка проходить через середини ребер  $AB$ ,  $AD$  і  $CC_1$ .

6. Дано коло  $\omega$  радіуса  $r$  і точка  $A$ , яка віддалена від центра кола на відстань  $d < r$ . Знайти геометричне місце вершин  $C$  всіх можливих прямокутників  $ABCD$ , де точки  $B$  і  $D$  лежать на колі  $\omega$ .

28 січня 2017 р.